

## 信号処理特論 2020 レポート課題 (前半)

### 【レポート提出に関する注意】

- 解答は電子ファイルで提出するものとし、表紙に専攻名・学年・学生証番号・名前を記載せよ。
- 提出期限は「6月2日(火)まで」とする。ITC-LMSにて回収する。

### 第1問

確率信号と独立因子分析法に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) 独立な  $M$  個の確率過程  $X_1, X_2, \dots, X_M$  を考える。  $X_m$  ( $m = 1 \sim M$ ) がそれぞれ平均 0, 分散  $\sigma_m^2$  のガウス分布に従う時、その線形和で与えられる合成信号  $Y = \sum_1^M \alpha_m X_m$  (ここで  $\alpha_m$  は実数定数) の確率密度関数を求めよ。ここでは、モーメント母関数 (平均 0, 分散  $\sigma^2$  のガウス分布の場合  $E[e^{\theta X}] = e^{\sigma^2 \theta^2 / 2}$ ) とモーメントの関係、もしくは、和信号の確率密度関数が個々の確率密度関数の畳み込みで与えられることを用いても良い。
- (2)  $M$  個の音源がそれぞれ上記のような  $M$  個のガウス分布信号である時、これを独立成分分析 (ICA) によって分離することが出来るか? もしも出来ない場合には理由を説明せよ。
- (3) 「独立成分分析」、「独立ベクトル分析」、「独立低ランク行列分析」、「独立深層学習行列分析」の違いに関して説明せよ。

## 第2問

近年，多くの音響信号処理において，補助関数法に基づく最適化が導入されている．本手法に関して以下の問いに答えよ．

- (1) 補助関数法について，その原理を説明せよ．更に，他の代表的な最適化手法（最急降下法やニュートン法）と比較することによって，その利点を説明せよ．
- (2) 補助関数法を用いて非負値行列因子分解（nonnegative matrix factorization: NMF）を行うことを考える．観測された非負値行列  $\mathbf{Y}$  を2つの非負値行列  $\mathbf{H}$  及び  $\mathbf{U}$  の積に分解するため， $\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{U}$  のフロベニウスノルムの二乗（各要素の二乗和）を目的関数と定義し，その最小化を行うことで最適な  $\mathbf{H}, \mathbf{U}$  を求めたい．以下に答えよ．

- (a) 準備として，以下で示される Jensen の不等式を証明せよ．ここで  $\phi(z)$  は凸関数であり， $\lambda_i \geq 0$ ， $\sum_i \lambda_i = 1$  であるとする．

$$\phi\left(\sum_i \lambda_i z_i\right) \leq \sum_i \lambda_i \phi(z_i) \quad (1)$$

- (b) 各行列要素を用いて，目的関数を書き下せ．それに Jensen の不等式を適用し，補助関数を求めよ（ここでは  $\phi(z) = z^2$  とおくと良い）．
  - (c) 上記 (b) で求めた補助関数に基づき，具体的な目的関数最小化アルゴリズム（補助変数  $\lambda$  の最適化と目的変数  $\mathbf{H}, \mathbf{U}$  の最適化の2ステップ）を構築せよ．
- (3) NMF においては，前記のフロベニウスノルムに基づくもの以外にも，I ダイバージェンス（一般化 KL ダイバージェンス）や板倉斎藤擬距離に基づくものが提案されている．これら距離規範を変えると，何がかわるか説明せよ．